

# Inovace předmětu Složitost

(FRVŠ 166/2013/G1)

Řešitel: Ondřej Lengál

Spoluřešitelé: Mgr. Adam Rogalewicz, Ph.D.  
Ing. Lukáš Charvát

Fakulta informačních technologií  
Vysoké učení technické v Brně

25. února 2014

<http://www.fit.vutbr.cz/~ilengal/grants.php?id=640>

# Motivace

Výuka teorie **výpočetní složitosti**:

## ■ snaha o pochopení

- inherentní složitosti problémů
  - ▶ např. řazení prvků na základě porovnání nelze provést rychleji než v  $\mathcal{O}(n \cdot \log n)$ ,
- a jejich vzájemné souvislosti
  - ▶ např. problém testování splnitelnosti formule výrokové logiky je *stejně obtížný* jako problém testování 3-obarvitelnosti grafu,

## ■ chytré algoritmy a řešení problémů

- např. důkazy Immerman-Szelepcsényiho věty nebo Cookovy věty,

## ■ přesah do jiných oblastí:

- kryptografie,
- fyzika (kvantová složitost),
- ...

<http://www.fit.vutbr.cz/~ilengal/grants.php?id=640>

# Cíle

- 1 Rozšíření látky vyučované v předmětu Složitost na FIT VUT:
  - a) souvislost teorie složitosti a **kryptografie**,
  - b) **čítací třídy** (counting classes),
- 2 aktualizace 5 stávajících prezentací:
  - a) Úvod do teorie výpočetní složitosti,
  - b) RAM a RASP stroje,
  - c) Vztahy mezi složitostními třídami,
  - d) **NP**-úplné problémy,
  - e) Paralelní výpočty.

<http://www.fit.vutbr.cz/~ilengal/grants.php?id=640>

# Cíle a jejich řešení

Průběh řešení:

- 1 nákup a studium literatury,
- 2 cesta řešitele na konferenci ETAPS'13 (březen 2013, Řím, Itálie),
- 3 příprava prezentací.

<http://www.fit.vutbr.cz/~ilengal/grants.php?id=640>

# Cíle a jejich řešení (1/7)

Dílčí cíl:

- 1 Rozšíření látky vyučované v předmětu Složitost na FIT VUT:
  - a) souvislost teorie složitosti a kryptografie

Výstupy:

- Vytvořena prezentace v systému L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X (17 slajdů)
  - úvod do kryptografie z pohledu teorie výpočetní složitosti, popis kryptografie s veřejným klíčem, kryptografického systému RSA, třídy **UP** a některých protokolů založených na kryptografii.

<http://www.fit.vutbr.cz/~ilengal/grants.php?id=640>

# Cíle a jejich řešení (2/7)

Dílčí cíl:

- 1 Rozšíření látky vyučované v předmětu Složitost na FIT VUT:
  - b) čítací třídy (counting classes)

Výstupy:

- Vytvořena prezentace v systému  $\text{\LaTeX}$  (20 slajdů)
  - definice čítacích problémů, příklady čítacích problémů počtu perfektních párování v bipartitním grafu a spolehlivosti grafu, zavedení složitostní třídy  $\#P$  a pojmu redukce pro čítací složitostní třídy, důkazy  $\#P$ -úplnosti problémů  $\#SAT$  a  $PERMANENT$ , zavedení třídy  $\oplus P$  a důkaz její uzavřenosti vzhledem k doplňku,
  - prezentováno v LS 2013.

<http://www.fit.vutbr.cz/~ilengal/grants.php?id=640>

# Cíle a jejich řešení (3/7)

Dílčí cíle:

- 2 Aktualizace 5 stávajících prezentací:
  - a) Úvod do teorie výpočetní složitosti

Výstupy:

- Vytvořena **prezentace** v systému **LATEX** (21 slajdů)
  - oproti původní prezentaci přidány příklady a rozepsány typy problémů, přidána zmínka o Kolmogorově složitosti, některé výpočetní modely, Cobhamova teze a přesnější definice konstruovatelných funkcí.

<http://www.fit.vutbr.cz/~ilengal/grants.php?id=640>

# Cíle a jejich řešení (4/7)

Dílčí cíle:

- 2 Aktualizace 5 stávajících prezentací:
  - b) RAM a RASP stroje

Výstupy:

- Vytvořena **prezentace** v systému **LATEX** (22 slajdů)
  - oproti původní prezentaci přidány přesnější definice RAM a RASP strojů, logaritmické časové složitosti a důkaz ekvivalence RAM strojů a Turingových strojů.

<http://www.fit.vutbr.cz/~ilengal/grants.php?id=640>

# Cíle a jejich řešení (5/7)

Dílčí cíle:

- 2 Aktualizace 5 stávajících prezentací:
  - c) Vztahy mezi složitostními třídami

Výstupy:

- Vytvořena **prezentace** v systému **LATEX** (27 slajdů)
  - oproti původní prezentaci přidány důkazy platnosti inkluze mezi některými třídami a podány důkazy Savitchovy věty a Immerman-Szelepcsenyiho věty.

<http://www.fit.vutbr.cz/~ilengal/grants.php?id=640>

# Cíle a jejich řešení (6/7)

Dílčí cíle:

- 2 Aktualizace 5 stávajících prezentací:
  - d) **NP**-úplné problémy

Výstupy:

- Vytvořena **prezentace** v systému **LATEX** (19 slajdů)
  - oproti původní prezentaci přidány důkazy **NP**-úplnosti problémů CNF,  $k$ -CNF, CLIQUE, INDEPENDENT SET, VERTEX COVER, GRAPH COLOURING, SUBSET SUM, PARTITION, KNAPSACK.

<http://www.fit.vutbr.cz/~ilengal/grants.php?id=640>

# Cíle a jejich řešení (7/7)

Dílčí cíle:

- 2 Aktualizace 5 stávajících prezentací:
  - e) Paralelní výpočty

Výstupy:

- Vytvořena **prezentace** v systému **LATEX** (28 slajdů)
  - oproti původní prezentaci přidány popisy složitosti Booleovských obvodů včetně důkazu simulace mezi Booleovskými modely a paralelními RAM stroji, přidán důkaz **P**-úplnosti problému CVP a důkaz **P**-úplnosti problému MAXFLOW pomocí redukce z problému MCVP2.

<http://www.fit.vutbr.cz/~ilengal/grants.php?id=640>

# Čerpání finančních prostředků

## ■ Běžné náklady

Položka	Částka [Kč]
<b>Stipendia</b>	40.000,00
L. Charvát, O. Lengál	
<b>Cestovné zahraniční</b>	24.000,00
cesta O. Lengála na konference ETAPS'13	
<b>Ostatní náklady</b>	11.000,00
nákup 7 knih	
<b>Celkem</b>	75.000,00

<http://www.fit.vutbr.cz/~ilengal/grants.php?id=640>

# Výsledky a výstupy

## ■ Hlavní výstupy—7 prezentací

- úvod to teorie výpočetní složitosti,
- RAM a RASP stroje,
- vztahy mezi složitostními třídami,
- **NP**-úplné problémy,
- paralelní výpočty,
- kryptografie z pohledu výpočetní složitosti,
- čítací třídy.

## ■ Vedlejší výstupy:

- pořízení [7 knih](#) k tématu teorie výpočetní složitosti.

<http://www.fit.vutbr.cz/~ilengal/grants.php?id=640>

- A. Bouajjani, E. Derevenetc, R. Meyer. *Checking Robustness against TSO*. ESOP'13.
  - Trace robustness under TSO is **PSPACE**-complete.
- A. Bohy, V. Bruyère, E. Filiot, J.-F. Raskin. *Synthesis from LTL Specifications with Mean-Payoff Objectives*. TACAS'13.
  - $LTL_{MP}$  realizability is **2EXPTIME**-complete.
- P. Godefroid, M. Yannakakis. *Analysis of Boolean Programs*. TACAS'13.
  - Complexity results about Boolean programs.
- ...

<http://www.fit.vutbr.cz/~ilengal/grants.php?id=640>